Beyond STEP

수학 기호

수학의 글쓰기는 몇 개의 기호에 많은 뜻을 담으며, 대학 강의에서는 학교 교과서에서 좀처럼 보기 힘든 기호를 많이 쓴다. 아래 표들은 이 책에서 쓰는 기호를 주제별로 묶어, 각 기호의 뜻과 소리 내어 읽는 방법을 정리한 것이다. 대부분의 기호는 대학 과정을 시작하고 몇 주만 지나면 자연스럽게 몸에 밴다. 그때까지는 이 표에서 찾아보면 된다.

처음부터 알아 두면 좋은 약속이 두 가지 있다. 첫째, 이 책은 STEP을 따라 정해진 뜻을 가진 일부 문자를 기울임꼴이 아닌 바로 선 글꼴로 쓴다. 자연로그의 밑인 e, $\sqrt{-1}$을 뜻하는 i, $\mathrm{d}y/\mathrm{d}x$의 d, 그리고 $\mathrm{f}(x)$나 $\mathrm{P}(A)$처럼 함수의 이름이 그렇다. 기울임꼴 문자는 변수이다. 둘째, 같은 기호가 맥락에 따라 다른 뜻을 가질 때가 있다. 주로 $=$와 $\sim$이 그러하며, 표에서 그런 경우를 짚어 둔다.

논리와 증명

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$P \Rightarrow Q$	P이면 Q이다(implies): P가 참이면 Q도 참이다	$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$; "$P$이면 Q"
$P \Leftarrow Q$	Q이면 P이다	"Q일 때 P"
$P \iff Q$	P일 필요충분조건(if and only if)은 Q이다: 서로가 서로를 함의한다	$x^2 = 4 \iff x = \pm 2$; "iff"로도 쓴다
$\forall$	모든	$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 \geq 0$
$\exists$	존재한다	$\exists n \in \mathbb{Z}$이고 $n^2 = 9$
$\neg P$	P가 아니다, P의 부정(negation)	"$\forall x,\ P(x)$"의 부정은 "$\neg P(x)$인 $\exists x$"이다
$:=$	좌변을 우변으로 정의한다	$\mathrm{f}(x) := x^2 + 1$
■	증명의 끝; QED라고도 쓴다	라틴어 *quod erat demonstrandum*, 곧 "이것이 보여야 할 것이었다"에서 왔다

집합과 수 체계

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$\{\dots\}$	나열된 것들을 원소로 하는 집합	$\{1, 2, 3\}$
$\{x : \dots\}$	...을 만족하는 모든 x의 집합; $\{x \mid \dots\}$로도 쓴다	$\{x : x^2 < 2\}$; "$x^2 < 2$인 x의 집합"
$x \in A$	x는 A의 원소(element)이다	$\sqrt{2} \in \mathbb{R}$; "$\sqrt{2}$는 $\mathbb{R}$에 속한다"
$x \notin A$	x는 A의 원소가 아니다	$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
$A \subseteq B$	A는 B의 부분집합(subset)이다: A의 모든 원소가 B에 속한다	$\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$
$A \cup B$	합집합(union): A 또는 B(또는 둘 다)에 속하는 원소	$\{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$
$A \cap B$	교집합(intersection): A와 B 모두에 속하는 원소	$\{1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$
$A \setminus B$	A의 원소 중 B에 속하지 않는 것	$\{1, 2, 3\} \setminus \{2\} = \{1, 3\}$
A'	여집합(complement): A에 속하지 않는 모든 것	A^c나 $\bar{A}$로도 쓴다
$\varnothing$	원소가 없는 공집합(empty set)	$\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 0\} = \varnothing$
$\lvert A \rvert$	유한집합 A의 원소의 개수	$\lvert\{a, b, c\}\rvert = 3$
$A \times B$	$a \in A$, $b \in B$인 모든 순서쌍 (a, b)의 집합	$\mathbb{R} \times \mathbb{R}$은 평면이며, $\mathbb{R}^2$로도 쓴다
$\mathbb{N}$	자연수(natural numbers) $1, 2, 3, \dots$	0을 포함하는 저자도 있다
$\mathbb{Z}$	정수(integers) $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$	독일어 *Zahlen*, 곧 "수"에서 왔다
$\mathbb{Q}$	유리수(rational numbers, 분수)	*quotient*(몫)에서 왔다
$\mathbb{R}$	실수(real numbers)	
$\mathbb{C}$	복소수(complex numbers)	
$\mathbb{H}$	사원수(quaternions)	해밀턴(Hamilton)의 이름을 땄다 (Section 6.7)
$\mathbb{Z}[\mathrm{i}]$	$a, b \in \mathbb{Z}$인 수 $a + b\mathrm{i}$	가우스 정수(Gaussian integers) (Section 1.6)
$[a, b]$	닫힌구간(closed interval): $a \le x \le b$	양 끝점을 포함한다
(a, b)	열린구간(open interval): $a < x < b$	양 끝점을 포함하지 않는다; 순서쌍이나 점을 뜻하기도 한다

수, 나누어떨어짐, 근삿값

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$a \mid b$	a는 b를 나눈다(divides): b는 a의 정수배이다	$3 \mid 12$; "3은 12를 나눈다"
$a \nmid b$	a는 b를 나누지 않는다	$5 \nmid 12$
$a \equiv b \pmod{n}$	a와 b를 n으로 나눈 나머지가 같다	$17 \equiv 2 \pmod{5}$; "17은 법 5에 대하여 2와 합동(congruent)이다"
$\equiv$	(법이 없을 때) 항등적으로 같다: 모든 값에 대하여 성립한다	$(x+1)^2 \equiv x^2 + 2x + 1$
$\lfloor x \rfloor$	바닥 함수(floor): x 이하인 가장 큰 정수	$\lfloor 3.7 \rfloor = 3$, $\lfloor -3.7 \rfloor = -4$
$\lceil x \rceil$	천장 함수(ceiling): x 이상인 가장 작은 정수	$\lceil 3.2 \rceil = 4$
$n!$	n 팩토리얼(factorial), $1 \times 2 \times \cdots \times n$	약속에 따라 $0! = 1$
$\binom{n}{r}$	이항계수(binomial coefficient) $\frac{n!}{r!\,(n-r)!}$	"n개에서 r개를 고르는 경우의 수"; ${}^{n}\mathrm{C}_{r}$로도 쓴다
$\approx$	근사적으로 같다	$\pi \approx 3.1416$
$\sim$	점근적으로 같다(asymptotic): 비가 1로 수렴한다	$n! \sim \sqrt{2\pi n}\,(n/\mathrm{e})^n$ (확률과 통계 표도 참고)
$\propto$	비례한다	$v \propto 1/d$
$\pm, \mp$	플러스 또는 마이너스; 마이너스 또는 플러스	$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$
$0.\overline{01}$	순환하는 숫자(순환소수)	$0.\overline{01} = 0.010101\ldots$

함수

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$\mathrm{f} : A \to B$	f는 집합 A에서 집합 B로의 함수(function)이다	$\mathrm{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto \dots$	x가 ...로 보내진다	$x \mapsto x^2 - 2$; "x는 $x^2 - 2$로 대응된다"
$\mathrm{f} \circ \mathrm{g}$	합성(composition): g를 먼저, 다음에 f를 적용한다	$(\mathrm{f} \circ \mathrm{g})(x) = \mathrm{f}(\mathrm{g}(x))$
f^{-1}	f의 역함수(inverse function)	$1/\mathrm{f}$가 아니다
f^n	이 책에서는 보통 f를 n번 적용한 것	$\mathrm{f}^3(x) = \mathrm{f}(\mathrm{f}(\mathrm{f}(x)))$; 그러나 $\sin^2 x$는 $(\sin x)^2$을 뜻한다
$\lvert x \rvert$	절댓값(modulus, absolute value)	$\lvert -3 \rvert = 3$
$\exp x$	지수함수(exponential function) e^x	
$\ln x$	밑이 e인 자연로그(natural logarithm)	대학에서는 흔히 $\log x$로 쓴다
sec, cosec, cot	$1/\cos$, $1/\sin$, $1/\tan$	
arcsin, arccos, arctan	역삼각함수(inverse trigonometric functions)	$\sin^{-1}$ 등으로도 쓴다
sinh, cosh, tanh	쌍곡선함수(hyperbolic functions): $\sinh x = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})$, $\cosh x = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})$, $\tanh = \sinh / \cosh$	영어로는 "shine"(또는 "sinch"), "cosh", "than"(또는 "tanch")으로 읽는다
artanh	tanh의 역함수	$\operatorname{artanh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$
max, min	가장 큰 것, 가장 작은 것	$\max(3, 7) = 7$
$\Gamma(x)$	감마 함수(gamma function)	$\Gamma(n+1) = n!$ (Section 4.4)

합, 극한, 미적분

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$\sum$	합	$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$
$\prod$	곱	$\prod_{k=1}^{n} k = n!$
∞	무한대(infinity): 수가 아니라 "한없이"를 줄여 나타낸 것	$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$
$x \to a$	x가 a에 한없이 가까워진다	$n \to \infty$일 때 $\frac{1}{n} \to 0$
$\lim$	극한(limit)	$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$
$f'(x)$, $f''(x)$	일계 도함수(derivative)와 이계 도함수	"에프 프라임"; 영어로는 "f dash" 또는 "f prime"
$\dot{x}$, $\ddot{x}$	시간에 대한 도함수	$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; "x 닷", "x 더블 닷"
$\frac{\partial f}{\partial x}$	편도함수(partial derivative): 다른 변수를 고정하고 x에 대하여 미분한다	"라운드 f 라운드 x"; 영어로는 "partial f by partial x"
$\int_a^b$	a에서 b까지의 정적분(definite integral)	
$\oint$	닫힌 곡선을 따라 한 바퀴 도는 적분	$\oint p\,dq$ (Section 10.4)
δx, Δx	x의 작은 변화량; x의 변화량	
ε, δ	해석학에서 작은 양수를 나타낼 때 관례적으로 쓰는 이름	"모든 $\varepsilon > 0$에 대하여 ...을 만족하는 $\delta > 0$이 존재한다"

복소수

기호	뜻	예 또는 읽는 법
i	-1의 제곱근 가운데 하나	공학자들은 j로 쓴다
$\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$	실수부(real part)와 허수부(imaginary part)	$z = 3 + 4\mathrm{i}$이면 $\operatorname{Re} z = 3$, $\operatorname{Im} z = 4$
z^*, $\bar{z}$	켤레복소수(complex conjugate)	$(3+4\mathrm{i})^* = 3 - 4\mathrm{i}$; 두 표기 모두 쓰인다
$\lvert z \rvert$	절댓값: 0으로부터의 거리	$\lvert 3 + 4\mathrm{i} \rvert = 5$
$\arg z$	편각(argument): 양의 실수축으로부터 잰 각	$\arg \mathrm{i} = \frac{\pi}{2}$
$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$	$\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta$	$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\pi} = -1$
ω	관례적으로 1의 허수 세제곱근(cube root of unity)	$\omega = \mathrm{e}^{2\pi\mathrm{i}/3}$, $1 + \omega + \omega^2 = 0$

벡터와 행렬

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AB}$	벡터(vector); A에서 B로 가는 벡터	손으로 쓸 때는 $\underline{a}$
$\hat{\mathbf{n}}$	길이가 1인 단위벡터(unit vector)	"n 햇"
$\lvert\mathbf{a}\rvert$	$\mathbf{a}$의 길이(크기)	
$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$	스칼라곱(scalar product, 내적)	$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \lvert\mathbf{a}\rvert\lvert\mathbf{b}\rvert\cos\theta$
$\mathbf{a}\times\mathbf{b}$	벡터곱(vector product, 외적)	$\mathbf{a}$와 $\mathbf{b}$에 수직이다
$\mathbf{M}$	행렬(matrix)	
$\mathbf{I}$	단위행렬(identity matrix)	모든 $\mathbf{v}$에 대하여 $\mathbf{Iv} = \mathbf{v}$
$\mathbf{M}^{-1}$	역행렬(inverse matrix)	$\mathbf{M}\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{I}$
$\det\mathbf{M}$	$\mathbf{M}$의 행렬식(determinant)	$\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$
$\operatorname{tr}\mathbf{M}$	대각합(trace): 대각성분의 합	$\operatorname{tr}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a + d$
λ	관례적으로 고윳값(eigenvalue)	$\mathbf{Mv} = \lambda\mathbf{v}$

확률과 통계

기호	뜻	예 또는 읽는 법
$\mathrm{P}(A)$	사건 A의 확률(probability)	
$\mathrm{P}(A \mid B)$	B가 주어졌을 때 A의 확률	$\mathrm{P}(A \mid B) = \mathrm{P}(A \cap B)/\mathrm{P}(B)$; "$B$가 주어졌을 때 A"
$\mathrm{E}(X)$	X의 기댓값(expectation, 평균)	μ로도 쓴다
$\mathrm{Var}(X)$	X의 분산(variance)	$\mathrm{E}(X^2) - \mathrm{E}(X)^2$; σ^2으로도 쓴다
$\mathrm{Cov}(X, Y)$	공분산(covariance)	$\mathrm{E}(XY) - \mathrm{E}(X)\mathrm{E}(Y)$
$\mathrm{Corr}(X, Y)$	상관계수(correlation)	$\mathrm{Cov}(X, Y)/\sqrt{\mathrm{Var}(X)\mathrm{Var}(Y)}$; ρ로 도 쓴다
$X \sim \dots$	X는 분포 ...을 따른다	$X \sim \mathrm{B}(16, \frac{1}{2})$; "$X$는 ...을 따른다"
$\mathrm{B}(n, p)$	이항분포(binomial distribution)	n번의 시행에서 성공한 횟수
$\mathrm{N}(\mu, \sigma^2)$	평균이 μ, 분산이 σ^2인 정규분포(normal distribution)	
$\mathrm{f}(x), \mathrm{F}(x)$	확률밀도함수(probability density function); 누적분포함수(cumulative distribution function)	$\mathrm{F}(x) = \mathrm{P}(X \le x)$
$\mathrm{G}(t)$	확률생성함수(probability generating function)	$\mathrm{G}(t) = \mathrm{E}(t^X)$
$\mathrm{M}_X(\theta)$	적률생성함수(moment generating function)	$\mathrm{M}_X(\theta) = \mathrm{E}(\mathrm{e}^{\theta X})$
$\bar{x}$	표본평균(sample mean)	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$
$\hat{\theta}$	미지의 양 θ의 추정값(estimate)	"세타 햇"

그리스 문자

그리스 문자는 수학 전반에 걸쳐 쓰이며, 관례적인 뜻을 갖는 경우가 많다. 아래 표는 소문자와 대문자(알파의 대문자 A처럼 로마자와 모양이 같은 대문자는 별도의 기호로 쓰이지 않으므로 뺐다), 이름, 그리고 대표적인 쓰임을 정리한 것이다.

문자	이름	대표적인 쓰임
α	알파(alpha)	각; 방정식의 근
β	베타(beta)	각; 방정식의 근; 베타 함수
γ, Γ	감마(gamma)	오일러(Euler) 상수 $\gamma \approx 0.5772$; 감마 함수 Γ; 상대성이론에서 $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$
δ, Δ	델타(delta)	작은 양; 변화량, 또는 삼각형이나 판별식(discriminant)을 나타내는 Δ
ε, ϵ	엡실론(epsilon)	작은 양수; 역학에서는 위상각
ζ	제타(zeta)	리만(Riemann) 제타 함수, $s > 1$일 때 $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-s}$ (더 고급 방법으로 $s = 1$을 제외한 다른 값으로 확장된다)
η	에타(eta)	효율; 작은 양
θ, Θ	세타(theta)	각; 통계에서 미지의 모수
ι	요타(iota)	거의 쓰이지 않는다
κ	카파(kappa)	곡률(curvature); 상수
λ, Λ	람다(lambda)	고윳값; 푸아송(Poisson) 비율 같은 모수; 파장
μ	뮤(mu)	평균; 마찰계수
ν	뉴(nu)	진동수
ξ, Ξ	크시(xi)	변수 또는 확률적인 양
π, Π	파이(pi)	$\pi \approx 3.14159$; 곱을 나타내는 Π
ρ	로(rho)	밀도; 상관계수; 원점으로부터의 거리
σ, Σ	시그마(sigma)	표준편차(standard deviation); 합을 나타내는 Σ
τ	타우(tau)	시간; 돌림힘(torque)
υ, Υ	입실론(upsilon)	거의 쓰이지 않는다
ϕ, φ, Φ	파이(phi)	각; 황금비(golden ratio) $\phi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$; 신속도(rapidity); 표준정규분포함수를 나타내는 Φ
χ	카이(chi)	χ^2(카이제곱) 분포
ψ, Ψ	프사이(psi)	양자역학의 파동함수
ω, Ω	오메가(omega)	각속도 또는 각진동수; 1의 세제곱근; 표본공간(sample space)을 나타내는 Ω

역학

기호	뜻	예 또는 읽는 법
g	중력가속도(acceleration due to gravity)	지표면에서 약 $9.8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$
G	중력상수(gravitational constant)	두 질량 사이의 힘 Gm_1m_2/r^2
e	반발계수(coefficient of restitution) (기울임꼴이며, e와 혼동하지 말 것)	충돌선 방향으로 멀어지는 속력 $= e\times$ 가까워지는 속력
ω	각속도; 각진동수	단순조화운동(simple harmonic motion)에서 $\ddot{x} = -\omega^2 x$
I	관성모멘트(moment of inertia)	회전에너지 $\frac{1}{2}I\omega^2$ (Section 11.7)
c	빛의 속력	약 $3\times10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
$\hbar$	플랑크(Planck) 상수를 2π로 나눈 값	"에이치 바" (Section 8.6)